1.13) Uso Wronskiano para saber si son LI ~~linealmente~~

a) $\phi_1(x) = e^{2x}$, $\phi_2(x) = e^{3x}$

~~llamado~~

$\phi(x) = \{e^{2x}, e^{3x}\}$ Como tiene 2 elementos, calculo solo sus primeras derivadas.

$\phi_1'(x) = 2e^{2x}$, $\phi_2'(x) = 3e^{3x}$

Armo la matriz del Wronskiano:

$$W(\phi(x)) = \begin{vmatrix} e^{2x} & e^{3x} \\ 2e^{2x} & 3e^{3x} \end{vmatrix}$$

Si para, al menos, un x_0, este det. da distinto de 0, entonces es ~~LD~~ LI. Si fuera LD, el det. ~~resultado~~ anula $\forall x$.

Pruebo con $x_0 = 0 \in D\phi(x)$

$$W(\phi(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \neq 0$$

Por lo tanto como para un xo dio $\neq 0$, es LI.

b) $\phi_1(x) = e^{3x}$, $\phi_2(x) = xe^{3x}$

$\phi(x) = (e^{3x}, xe^{3x})$ Como tiene 2 elementos, calculo solo sus derivadas primeras:

$[\phi_1'(x) = 3e^{3x}]$ $[\phi_2'(x) = e^{3x} + 3xe^{3x} = e^{3x}\cdot(1+3x)]$

Armo la matriz del wronskiano:

$$W(\phi(x)) = \begin{vmatrix} e^{3x} & xe^{3x} \\ 3e^{3x} & e^{3x}(1+3x) \end{vmatrix}$$

Pruebo con $x_0 = 0 \in D\phi(x)$

$$W(\phi(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0.$$

Como para un xo dio $\neq 0$, es LI.

c) $\phi_1(x) = \cos(5x)$, $\phi_2(x) = \text{sen}(5x)$

$\phi(x) = (\cos(5x), \text{sen}(5x))$

Como tiene 2 elem. Calculo solo sus deriv. primeras.

$\phi_1'(x) = -5 . \text{sen}(5x)$, $\phi_2'(x) = 5\cos(5x)$

Armo matriz del Wronskiano:

$$W(\phi(x)) = \begin{vmatrix} \cos(5x) & \text{sen}(5x) \\ -5\text{sen}(5x) & 5\cos(5x) \end{vmatrix}$$

Pruebo con $x_0 = 0$

$$W(\phi(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 0 = 5 \neq 0.$$

Como para un $x_0 \in D\phi(x)$ me dio $\neq 0$, es LI.

d) $\phi_1(x) = e^{3x}\cos(5x)$, $\phi_2(x) = e^{3x}\text{sen}(5x)$

$\phi(x) = (e^{3x}\cos(5x), e^{3x}\text{sen}(5x))$ Como tiene dos elementos, solo calculo sus deriv. primeras.

$\phi_1'(x) = 3e^{3x}.\cos(5x) + e^{3x}.(-\text{sen}(5x).5) = e^{3x}.(3\cos(5x) - 5\text{sen}(5x))$

$\phi_2'(x) = 3e^{3x}\text{sen}(5x) + e^{3x}.\cos(5x).5 = e^{3x}.(3\text{sen}(5x) + 5\cos(5x))$

Armo matriz del Wronskiano:

$$W(\phi(x)) = \begin{vmatrix} e^{3x}\cos(5x) & e^{3x}\text{sen}(5x) \\ e^{3x}.(3\cos(5x) - 5\text{sen}(5x)) & e^{3x}.(3\text{sen}(5x) + 5\cos(5x)) \end{vmatrix}$$

Pruebo en $x_0 = 0 \in D\phi(x)$

$$W(\phi(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 0 = 5 \neq 0,$$ Como para un $x_0 \in D\phi(x)$ dio $\neq 0$,

es LI